

equazione che rappresenta, in virtù di quanto precede, il completo sistema delle sviluppanti geodetiche del parallelo di raggio r_0 , e dove il parametro θ è la lunghezza dell'arco compreso sul parallelo r_0 (al quale corrisponde il valore $u = w_0$) fra il punto di longitudine nulla e l'origine della sviluppante che passa per il punto (θ, v) .

2° In una Memoria inserita negli Annali di Matematica pura ed applicata *) abbiamo trovato che le superficie le cui linee geodetiche sono rappresentate da equazioni lineari in u, v , si contengono tutte nella forinola

$$\frac{1}{2}(v^2 - a^2)du^2 - 2uvdudv - (X + t\gamma dv^2) = 0$$

dove a è una costante. Cerchiamo la minima distanza di due punti $(11, t)$, (u_0, v_0) . L'equazione differenziale

rappresenta evidentemente tutte le geodetiche uscenti dal punto (u_0, v_0) . Partendo da questo integriamo primo e ponendo

si trova facilmente

$$d\theta = - \frac{W}{v}$$

donde

$$\cos \theta = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \log \left(\frac{v}{v_0} \right) + \frac{1}{a} \log \left(\frac{u}{u_0} \right)$$

dove la costante è scelta in modo che si abbia $\theta = 0$ per

Il valore di θ dato da questa forinola è quello della minima distanza cercata, e quindi, riguardando θ come un parametro, si ha l'equazione delle circonferenze geodetiche col centro nel punto (u_0, v_0) e col raggio geodetico uguale a θ .

Nel citato scritto abbiamo fatto vedere che le superficie a cui si riferiscono queste forinole sono tutte applicabili sulla sfera di raggio a , lo che, pel significato geometrico ivi assegnato alle variabili u, v , rende immediatamente ragione del risultato ottenuto. Ma il metodo qui usato non suppone minimamente la conoscenza di tali proprietà.

*) t. VII (1865), pag. 197; oppure queste OPERE, voi. I, pag. 262.